

2014年工学部第1問

1 空間において1点Oを固定し、Oに関する位置ベクトルが $\vec{p}$ である点Pを $P(\vec{p})$ で表す。4点O,  $A(\vec{a})$ ,  $B(\vec{b})$ ,  $C(\vec{c})$ を頂点とする四面体OABCにおいて、線分OA, OB, BCを $s:1-s$  ( $0 < s < 1$ )に内分する点をそれぞれD, E, Fとする。また、3点A, B, Cの定める平面を $\alpha$ とし、 $\vec{h} = \vec{a} - \frac{9}{16}\vec{b} + \frac{9}{16}\vec{c}$ を位置ベクトルとする平面 $\alpha$ 上の点を $H(\vec{h})$ とする。OA = AB = 3, OB =  $3\sqrt{2}$ , OC = BC = 4, AC = 5として、次に答えよ。

- (1) ベクトル $\vec{DE}$ ,  $\vec{DF}$ を $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ および $s$ を用いて表せ。また、内積 $\vec{b} \cdot \vec{c}$ を求めよ。
- (2) 線分OHの長さを求めよ。
- (3) 3点D, E, Fの定める平面が点Hを通るときの $s$ の値を求めよ。
- (4)  $s$ を(3)で求めた値とするとき、四面体O AFCの体積 $V$ を求めよ。