

2010年 情報工学部 第2問

2 実数 θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) に対して行列 A を

$$A = \begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ -\sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix}$$

とする。また、実数 k ($k > 0$) に対して、 x , y は

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ k \end{pmatrix}$$

を満たす。そして、 x , y , k を用いて座標平面上の2点 $P(x, y)$, $Q(0, k)$ を定める。原点を O とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 点 P の座標を k , $\tan \theta$ を用いて表せ。
- (2) $\angle OPQ$ を θ を用いて表せ。
- (3) $\triangle OPQ$ を x 軸の周りに1回転させてできる立体の体積 $V(\theta)$ を求めよ。
- (4) (3) で求めた $V(\theta)$ について、 $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\theta}{2\pi} V(\theta)$ を求めよ。