2013年 情報工学部 第2問

$\boxed{2}$ 関数 $f(x)=\log(x^2-x+2)\,(0\leqq x\leqq 1)$ に対して，以下の問いに答えよ．ただし，対数は自然対数を表している．

(1) $y=f(x)\,(0\leqq x\leqq 1)$ の極値を求めよ．

(2) x についての方程式 $\log(x^2-x+2)=x$ は $\dfrac{1}{2}<x<1$ の範囲に実数解をただ1つもつことを示せ．必要であれば，$\log 2<0.7$，$\log 7>1.9$ であることを用いてよい．

(3) $y=f'(x)\,(0\leqq x\leqq 1)$ の最大値と最小値を求めよ．

(4) 平均値の定理を用いることで，$0\leqq a<b\leqq 1$ となる実数 a，b に対して，$|f(b)-f(a)|<\dfrac{1}{2}|b-a|$ となることを示せ．