



2014年 総合理工（数理・情報システム）第3問

3 $a_1 = 2$ とし、 $f(x) = x^2 - 3$ とする。曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(a_1, f(a_1))$ における接線が x 軸と交わる点の x 座標を a_2 とする。以下同様に、 $n = 3, 4, \dots$ に対して、曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(a_{n-1}, f(a_{n-1}))$ における接線が x 軸と交わる点の x 座標を a_n とする。数列 $\{a_n\}$ に対して、次の問いに答えよ。

- (1) a_2 を求めよ。
- (2) a_{n+1} を a_n を用いて表せ。
- (3) $a_n \geq \sqrt{3}$ を示せ。
- (4) $a_n - \sqrt{3} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} (2 - \sqrt{3})$ を示し、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。