

2011年 環境科学部・工学部 第2問

2  $x$  軸とのなす角が  $2\theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ ) で原点  $O$  を通る直線  $l$  と,  $x$  軸上の定点  $A(a, 0)$  ( $a > 0$ ) と  $y$  軸上の定点  $B(0, b)$  ( $b > 0$ ) がある. 円  $C_1$ , 円  $C_2$  は  $l$  と接し, かつ  $C_1$  は  $x$  軸と  $A$  で接し,  $C_2$  は  $y$  軸と  $B$  で接するものとする.  $C_1, C_2$  の中心をそれぞれ  $P_1, P_2$  とする. ただし,  $P_1, P_2$  は第1象限の点である.

- (1)  $\triangle OP_1P_2$  の面積は  $S = \frac{ab}{\sin 2\theta + \cos 2\theta + 1}$  であることを示せ.  
(2)  $\theta$  を変数としたとき,  $S$  の最小値を求めよ.