浜松医科大学

2011年 医学部 第1問

$\boxed{1}$ 2次曲線 C が媒介変数 θ を用いて，

$$x = 3 + 5\cos\theta, \quad y = 2 + 3\sin\theta \quad (0 \leqq \theta \leqq 2\pi)$$

と表されている．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 曲線 C の方程式を x，y を用いて表せ．また，C を座標平面上に図示せよ．

(2) 曲線 C 上の点 $\mathrm{P}(3 + 5\cos\theta,\ 2 + 3\sin\theta)$ における C の接線 ℓ の方程式は，

$$\frac{\cos\theta}{5}(x - 3) + \frac{\sin\theta}{3}(y - 2) = 1$$

となることを示せ．

(3) 曲線 C の焦点を F_1，F_2 とする．$i = 1,\ 2$ に対し，F_i を通り，接線 ℓ に垂直な直線 m_i の方程式を求めよ．

(4) $i = 1,\ 2$ に対し，直線 m_i と ℓ との交点を Q_i とする．点 $\mathrm{O}'(3,\ 2)$ とするとき，線分 $\mathrm{O}'\mathrm{Q}_i$ の長さを求めよ．

(5) P が曲線 C を一周するとき，線分 $\mathrm{Q}_1\mathrm{Q}_2$ の長さの最大値，最小値，およびそのときの点 P をそれぞれ求めよ．