大阪府立大学

2014年 第4問

数理 石井K

4 以下の問いに答えよ.

(1) 関数 $f(x)=|x|$ が $x=0$ において微分可能でないことを微分の定義に基づいて示せ.

(2) $y=x|x|$ のグラフの概形を描け.

(3) m は自然数とする. 関数 $g(x)=x^m|x|$ が $x=0$ において微分可能であるか微分可能でないかを理由をつけて答えよ.

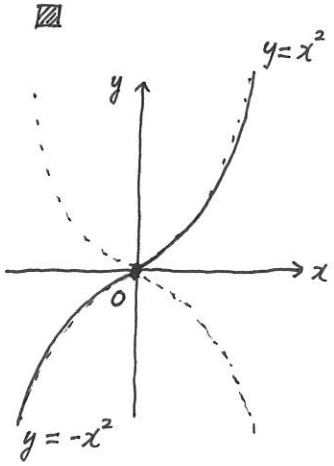
(1) $\lim_{h\to+0}\dfrac{f(h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to+0}\dfrac{|h|-0}{h}=\lim_{h\to0}\dfrac{h}{h}=1$

$\lim_{h\to-0}\dfrac{f(h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to-0}\dfrac{|h|-0}{h}=\lim_{h\to-0}\dfrac{-h}{h}=-1$

$\therefore \lim_{h\to+0}\dfrac{f(h)-f(0)}{h}\neq\lim_{h\to-0}\dfrac{f(h)-f(0)}{h}$ となり $x=0$ において微分不可能 ▨

(2) $x\geqq0$ のとき $y=x^2$, $x<0$ のとき $y=-x^2$

$\therefore$ グラフは右のようになる.



(3) (1)と同様に調べると.

$\lim_{h\to+0}\dfrac{g(h)-g(0)}{h}=\lim_{h\to+0}\dfrac{h^{m+1}-0}{h}=\lim_{h\to+0}h^m=0$ ($m\geqq1$より)

$\lim_{h\to-0}\dfrac{g(h)-g(0)}{h}=\lim_{h\to-0}\dfrac{-h^{m+1}-0}{h}=\lim_{h\to-0}-h^m=0$

$\therefore \lim_{h\to+0}\dfrac{g(h)-g(0)}{h}=\lim_{h\to-0}\dfrac{g(h)-g(0)}{h}=0$ となり $g(x)$ は

$x=0$ において微分可能 ▨