0001055364498999

岡山大学

2013年 理系 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ 曲線 $y=\left|x-\dfrac{1}{x}\right|$ $(x>0)$ と直線 $y=2$ で囲まれた領域の面積 S を求めよ.

$y=\left|\dfrac{(x+1)(x-1)}{x}\right|$ であり. $x>0$, $x+1>0$ なので

- $0<x<1$ のとき. $y=\dfrac{1}{x}-x$ $\quad\therefore\ y'=-\dfrac{1}{x^2}-1<0$
- $x>1$ のとき. $y=x-\dfrac{1}{x}$ $\quad\therefore\ y'=1+\dfrac{1}{x^2}>0$

x	(0)	$\cdots$	1	$\cdots$	$(+\infty)$
y'		$-$	/	$+$	
y	$(+\infty)$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$(+\infty)$

$0<x<1$ のとき. $y=2$ との交点を求めると.

$\dfrac{1}{x}-x=2$ $\quad\therefore\ x^2+2x-1=0$

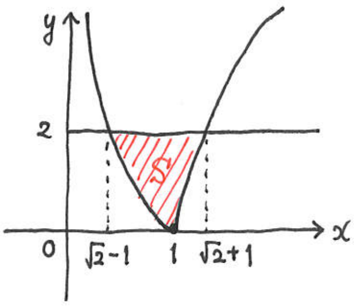
$\therefore\ x=\dfrac{-2\pm\sqrt{4+4}}{2}=-1\pm\sqrt{2}$ $\quad 0<x<1$ より $x=\sqrt{2}-1$ $\quad\therefore\ (\sqrt{2}-1,\ 2)$

$x>1$ のときは.

$x-\dfrac{1}{x}=2$ $\quad\therefore\ x^2-2x-1=0$

$\therefore\ x=\dfrac{2\pm\sqrt{4+4}}{2}=1\pm\sqrt{2}$ $\quad x>1$ より $x=1+\sqrt{2}$ $\quad\therefore\ (\sqrt{2}+1,\ 2)$

$$\therefore\ S=\int_{\sqrt{2}-1}^{1}2-\left(\frac{1}{x}-x\right)dx+\int_{1}^{\sqrt{2}+1}2-\left(x-\frac{1}{x}\right)dx$$



$$=\Big[2x-\log|x|+\frac{x^2}{2}\Big]_{\sqrt{2}-1}^{1}+\Big[2x-\frac{x^2}{2}+\log|x|\Big]_{1}^{\sqrt{2}+1}$$

$$=2+\frac{1}{2}-2(\sqrt{2}-1)+\log(\sqrt{2}-1)-\frac{(\sqrt{2}-1)^2}{2}+2(\sqrt{2}+1)$$
$$-\frac{1}{2}(\sqrt{2}+1)^2+\log(\sqrt{2}+1)-2+\frac{1}{2}$$

$$=\underline{2}\ /\!/$$