



2010年理系第2問

2 次の条件で定められる数列 $\{a_n\}$ を考える.

$$a_1 = 1, a_2 = 3, a_{n+2} = a_n + a_{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(1) すべての自然数 n に対して

$$X \begin{pmatrix} a_n & a_{n+1} \\ a_{n+1} & a_{n+2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{n+1} & a_{n+2} \\ a_{n+2} & a_{n+3} \end{pmatrix}$$

が成り立つように、行列 X を定めよ.

(2) 自然数 n に対して $a_n a_{n+2} - (a_{n+1})^2$ の値を推測して、その結果を数学的帰納法によって証明せよ.