



2012年 第6問

6 次の問いに答えよ.

- (1) $I_1 = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x^2+1}$ とする. $x = \tan \theta$ とおくことにより, $I_1 = \frac{\pi}{3}$ を示せ.
- (2) (1) の I_1 を部分積分して, I_1 と $I_2 = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{(x^2+1)^2}$ の関係式を導き, I_2 の値を求めよ.
- (3) $t = x + \sqrt{x^2+1}$ とおくことにより, 不定積分 $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}$ を求めよ.
- (4) 合成関数の微分法を用いて, 関数 $y = \log(x + \sqrt{x^2+1})$ の導関数を求めよ.
- (5) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{\sqrt{n^2+1^2}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2^2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n^2}} \right\}$ を求めよ.