



2016年 医学部 第4問

4 楕円  $x^2 + \frac{y^2}{a^2} = 1$  ( $a > 0$ ) と  $y$  軸の交点を  $A(0, a)$ ,  $B(0, -a)$  とする.  $\theta$  が  $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  の範囲を動くとき, 点  $P(\cos \theta, a \sin \theta)$  はこの楕円上を動く. 以下の問いに答えよ.

(1) 線分  $AP$  の長さを  $l$  とする.  $X = \sin \theta$  ( $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ) のとき,  $Y = l^2$  となる関数を  $Y = f(X)$  とする.  $f(X)$  を  $X$  の式で表せ.

(2)  $0 < a < 1$  の場合.

(1) の関数  $f(X)$  の最大値を  $a$  を用いて表し, そのときの  $X$  の値を求めよ.

(3)  $a = 2$  の場合.

(1) の関数  $f(X)$  の値が最大となるときの点  $P$  を  $P_1$  とする.  $f(X)$  の最大値と  $P_1$  の座標を求めよ. また, 点  $A(0, 2)$  を中心とし点  $P_1$  を通る円を,  $x$  軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積  $V$  を求めよ.