



2016年理学部第4問

4 四面体 $OABC$ において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とし、頂点 O から $\triangle ABC$ を含む平面に下ろした垂線の足を H とする。また、四面体 $OABC$ は

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1, \quad \angle AOB = \angle BOC = \frac{\pi}{3}$$

を満たすものとし、 $\angle AOC = \theta$ ($0 < \theta < \frac{2}{3}\pi$) とする。次の問いに答えよ。

- (1) 内積 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ を求めよ。
- (2) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。
- (3) $\overrightarrow{OH} = s\vec{a} + t\vec{b} + u\vec{c}$ を満たす s, t, u を求めよ。
- (4) $|\overrightarrow{OH}|$ を求めよ。
- (5) $0 < \theta < \frac{2}{3}\pi$ のとき、四面体 $OABC$ の体積の最大値を求めよ。