



2010年 第3問

3 xy 平面上に曲線 $y = \frac{1}{x^2}$ を描き、この曲線の第1象限内の部分を C_1 、第2象限内の部分を C_2 と呼ぶ。 C_1 上の点 $P_1 \left(a, \frac{1}{a^2} \right)$ から C_2 に向けて接線を引き、 C_2 との接点を Q_1 とする。次に点 Q_1 から C_1 に向けて接線を引き、 C_1 との接点を P_2 とする。次に点 P_2 から C_2 に向けて接線を引き、接点を Q_2 とする。以下同様に続けて、 C_1 上の点列 P_n と C_2 上の点列 Q_n を定める。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 Q_1 の座標を求めよ。
- (2) 三角形 $P_1Q_1P_2$ の面積 S_1 を求めよ。
- (3) 三角形 $P_nQ_nP_{n+1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) の面積 S_n を求めよ。
- (4) 級数 $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ の和を求めよ。