



2010年第5問

5 実数を成分とする2次正方行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ を考える. 平面上の点 $P(x, y)$ に対し, 点 $Q(X, Y)$ を

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

により定める. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) P が放物線 $y = x^2$ 全体の上を動くとき, Q が放物線 $9X = 2Y^2$ 全体の上を動くという. このとき, 行列 A を求めよ.
- (2) P が放物線 $y = x^2$ 全体の上を動くとき, Q は常に円 $X^2 + (Y - 1)^2 = 1$ の上にあるという. このとき, 行列 A を求めよ.
- (3) P が放物線 $y = x^2$ 全体の上を動くとき, Q がある直線 L 全体の上を動くための a, b, c, d についての条件を求めよ. また, その条件が成り立っているとき, 直線 L の方程式を求めよ.