



2016年理系第5問

5 以下の問いに答えよ。

- (1)  $\theta$  を  $0 \leq \theta < 2\pi$  を満たす実数,  $i$  を虚数単位とし,  $z$  を  $z = \cos \theta + i \sin \theta$  で表される複素数とする. このとき, 整数  $n$  に対して次の式を証明せよ.

$$\cos n\theta = \frac{1}{2} \left( z^n + \frac{1}{z^n} \right), \quad \sin n\theta = -\frac{i}{2} \left( z^n - \frac{1}{z^n} \right)$$

- (2) 次の方程式を満たす実数  $x$  ( $0 \leq x < 2\pi$ ) を求めよ.

$$\cos x + \cos 2x - \cos 3x = 1$$

- (3) 次の式を証明せよ.

$$\sin^2 20^\circ + \sin^2 40^\circ + \sin^2 60^\circ + \sin^2 80^\circ = \frac{9}{4}$$