

2016年 歯学部 第3問



3 A, B, C, Dの4つの箱がある。箱Aには8個の白球と8個の黒球が入っている。箱Bには3個の白球と3個の黒球が入っている。箱Cと箱Dは空である。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 箱Aから同時に2個の球を取り出す。取り出された2個の球が共に白球である確率 $p_1$ 、取り出された2個の球が共に黒球である確率 $p_2$ 、取り出された2個の球が白球と黒球である確率 $p_3$ を求めよ。
- (2) 箱Aから取り出された2個の球が白球か黒球の色のみのとき、箱Bからこの色の球3個を箱Cに移す。一方、箱Aから取り出された2個の球が白球と黒球のとき、箱Bから白球2個と黒球1個を箱Cに移す。次に、箱Cから1個の球を取り出し、この球を箱Dに移す。このとき、箱Dの球が白球である確率 $q_1$ と黒球である確率 $q_2$ を求めよ。
- (3) 箱Aから取り出された2個の球を箱Aに戻した後に箱Aから1個の球を取り出し、箱Bに移す。次に、箱Dに入っている1個の球を箱Aに移す。以上の操作が完了した後の箱Aに入っている黒球の個数が6となる確率 $r_1$ 、7となる確率 $r_2$ 、8となる確率 $r_3$ 、9となる確率 $r_4$ 、10となる確率 $r_5$ を求めよ。

$$(1) p_1 = \frac{{}^8C_2}{{}^{16}C_2} = \frac{7}{30}, \quad p_2 = \frac{{}^8C_2}{{}^{16}C_2} = \frac{7}{30}, \quad p_3 = 1 - p_1 - p_2 = \frac{8}{15} \quad \therefore p_1 = p_2 = \frac{7}{30}, \quad p_3 = \frac{8}{15} //$$

(2) (i) 箱Aから取り出された2個の球がともに白球のとき

箱Cには白球3個が入るので

箱Dの球が白球となるのは、確率 $p_1$

(ii) 箱Aから取り出された2個の球が白球と黒球のとき、

箱Cには白球2個と黒球1個が入るので

箱Dの球が白球となるのは、確率 $p_3 \cdot \frac{2}{3}$

$$(i), (ii) \text{より, } q_1 = p_1 + \frac{2}{3}p_3 = \frac{7}{30} + \frac{2}{3} \cdot \frac{8}{15} = \frac{53}{90}$$

$$q_2 = 1 - q_1 = \frac{37}{90}$$

$$\therefore q_1 = \frac{53}{90}, \quad q_2 = \frac{37}{90} //$$

(3) DからAに1個の球を移す直前のAの状態は、

(i) 白球7個, 黒球8個 (ii) 白球8個, 黒球7個 のどちらかであるから,  $r_1 = r_5 = 0 //$

$$r_2 = \frac{1}{2} \cdot q_1 = \frac{53}{180}, \quad r_4 = \frac{1}{2} \cdot q_2 = \frac{37}{180}, \quad r_3 = 1 - r_2 - r_4 = \frac{1}{2}$$

$$\therefore r_2 = \frac{53}{180}, \quad r_3 = \frac{1}{2}, \quad r_4 = \frac{37}{180} //$$