

2012年 商学部 第1問

1 次の空欄に当てはまる数字を書け.

- (1) Aの袋には赤玉1個と黒玉15個, Bの袋には黒玉16個が入っている. それぞれの袋から1個ずつ玉を取り出して交換する, という試行を n 回繰り返したとき, 赤玉がAの袋に入っている確率を p_n とする. ただし, n は自然数である. 例えば,

$$p_1 = \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline 3 & 4 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 4 \\ \hline 8 & 9 \\ \hline \end{array}}, \quad p_2 = \frac{\begin{array}{|c|c|c|} \hline 5 & 6 & 7 \\ \hline 8 & 9 & 10 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|c|} \hline 8 & 9 & 10 \\ \hline 14 & 15 & 16 \\ \hline \end{array}}$$

である. p_{n+1} を p_n で表すと, $p_{n+1} = \frac{\begin{array}{|c|} \hline 11 \\ \hline 12 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline 14 & 15 \\ \hline 16 & 17 \\ \hline \end{array}} p_n + \frac{\begin{array}{|c|} \hline 13 \\ \hline 14 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline 14 & 15 \\ \hline 16 & 17 \\ \hline \end{array}}$ となるので, これより

$$p_n = \frac{\begin{array}{|c|} \hline 16 \\ \hline 17 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline 14 & 15 \\ \hline 16 & 17 \\ \hline \end{array}} \left\{ 1 + \left(\frac{\begin{array}{|c|} \hline 18 \\ \hline 19 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline 14 & 15 \\ \hline 16 & 17 \\ \hline \end{array}} \right)^n \right\}$$

と求まる.

- (2) 赤玉7個, 白玉10個, 青玉 n 個が入った袋から, 同時に4個の玉を取り出すとき, それらが赤玉1個, 白玉2個, 青玉1個である確率を q_n とする. ただし, n は自然数である. $\frac{q_{n+1}}{q_n}$ を n の式で表すと,

$$\frac{q_{n+1}}{q_n} = \frac{n^2 + \begin{array}{|c|c|} \hline 20 & 21 \\ \hline 22 & 23 \\ \hline \end{array} n + \begin{array}{|c|c|} \hline 24 & 25 \\ \hline 26 & 27 \\ \hline \end{array}}{n^2 + \begin{array}{|c|c|} \hline 28 & 29 \\ \hline 30 & 31 \\ \hline \end{array} n}$$

となる. これより $n \leq \begin{array}{|c|} \hline 26 \\ \hline \end{array}$ の範囲で $q_n < q_{n+1}$ が成り立ち, また, $n \geq \begin{array}{|c|} \hline 27 \\ \hline \end{array}$ の範囲で $q_n > q_{n+1}$ が成り立つことがわかる. 従って, q_n は $n = \begin{array}{|c|} \hline 28 \\ \hline \end{array}$ で最大値 $\frac{\begin{array}{|c|c|} \hline 29 & 30 \\ \hline 31 & 32 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|c|} \hline 31 & 32 & 33 \\ \hline \end{array}}$ をとる.