

2015年 医学部 第1問


 数理
石井K
1 次の を埋めよ.(1) ベクトル $\vec{a} = (2, 1)$, $\vec{b} = (4, 3)$, $\vec{c} = (3, 0)$, $\vec{d} = (1, 2)$ に対して, 等式

$$|\vec{a} + t\vec{b}| = |\vec{c} + t\vec{d}|$$

をみたす実数 t の値は 2 つあり, それらを t_1, t_2 ($t_1 < t_2$) とすれば,

$$t_1 = \frac{\boxed{-1}}{\boxed{\text{アイ}}}, \quad t_2 = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \cdot \boxed{5}$$

である.

(2) 座標平面上の 2 つの放物線

$$C_1: y = x^2, \quad C_2: y = -(x-9)^2 + 28$$

を考える. C_1, C_2 の両方に接する直線は 2 つあり, それらの方程式を傾きの小さい方から順に並べれば,

$$y = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{4}}x - \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{4}}, \quad y = \frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{14}}x - \frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{49}}$$

である.

(2) 直線を $y = ax + b$ とおくと.

$$x^2 - ax - b = 0 \text{ が重解をもつから}$$

$$D = a^2 + 4b = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$-x^2 + 18x - 53 - ax - b = 0$$

$$\text{すなわち } x^2 + (a-18)x + b + 53 = 0$$

これが重解をもつから

$$D' = (a-18)^2 - 4(b+53)$$

$$= a^2 - 36a - 4b + 112 = 0 \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ② より, b を消去して.

$$a^2 - 18a + 56 = 0 \quad \therefore (a-4)(a-14) = 0 \quad a = 4, 14$$

$$\therefore (a, b) = (4, -4), (14, -49)$$

$$\therefore \underline{y = 4x - 4, \quad y = 14x - 49}$$

$$(1) \vec{a} + t\vec{b} = (2+4t, 1+3t) \text{ より}$$

$$\begin{aligned} |\vec{a} + t\vec{b}|^2 &= 4 + 16t^2 + 16t + 1 + 9t^2 + 6t \\ &= 25t^2 + 22t + 5 \end{aligned}$$

$$\vec{c} + t\vec{d} = (3+t, 2t) \text{ より}$$

$$\begin{aligned} |\vec{c} + t\vec{d}|^2 &= 9 + t^2 + 6t + 4t^2 \\ &= 5t^2 + 6t + 9 \end{aligned}$$

$$|\vec{a} + t\vec{b}|^2 = |\vec{c} + t\vec{d}|^2 \text{ より}$$

$$25t^2 + 22t + 5 = 5t^2 + 6t + 9$$

$$\therefore 20t^2 + 16t - 4 = 0$$

$$5t^2 + 4t - 1 = 0$$

$$(5t-1)(t+1) = 0$$

$$\therefore \underline{t_1 = -1, \quad t_2 = \frac{1}{5}}$$