

2015年理(数学科)第3問

3 次の問いに答えよ。

(1) 不等式

$$\sqrt{n}\sqrt{a^2+b^2} \leq a+b \leq \sqrt{m}\sqrt{a^2+b^2}$$

がすべての負でない実数  $a \geq 0$ ,  $b \geq 0$  に対して成り立つような自然数  $m$  と  $n$  の範囲を求めよ。(2)  $m$  を 2 以上の自然数,  $n$  を自然数とする. 不等式

$$\frac{m^{n+1}-1}{n+1} > \frac{m^n-1}{n}$$

が成り立つことを示せ。

(3)  $m$  を 2 以上の自然数,  $n$  を自然数とするとき, 次の不等式

$${}_m n C_n \geq m^n > \sum_{i=0}^{n-1} m^i$$

が成り立つことを示せ。