



2012年 医学部 第4問

4  $n$  を 2 以上の整数とする. 集合  $X_n = \{1, 2, \dots, n\}$  を 2 つの空集合ではない部分集合  $A_n, B_n$  に分ける. すなわち,  $A_n \cup B_n = X_n$ ,  $A_n \cap B_n = \phi$ ,  $A_n \neq \phi$ ,  $B_n \neq \phi$  である.  $A_n$  に属する自然数の和を  $a_n$ ,  $B_n$  に属する自然数の和を  $b_n$  とおく. 例えば,  $n = 5$  のとき,  $X_5$  を  $A_5 = \{1, 2, 5\}$ ,  $B_5 = \{3, 4\}$  と分ければ,  $a_5 = 8$ ,  $b_5 = 7$  となる. このとき, 次の問に答えよ.

- (1)  $n$  が 4 の倍数のとき,  $a_n = b_n$  となるように  $X_n$  を分けられることを示せ.
- (2)  $n + 1$  が 4 の倍数のときも,  $a_n = b_n$  となるように  $X_n$  を分けられることを示せ.
- (3)  $n$  も  $n + 1$  も 4 の倍数ではないとき,  $a_n = b_n$  となるようには  $X_n$  を分けられないことを示せ.