

2014年第3問

3 四面体  $OABC$  は、 $OA = BC$ ,  $OB = AC$ ,  $OC = AB$  を満たしているとし、 $OA = a$ ,  $OB = b$ ,  $OC = c$  とおく。三角形  $ABC$  と三角形  $OAC$  の重心をそれぞれ  $G$ ,  $H$  とするとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $\vec{OG}$ ,  $\vec{BH}$  をそれぞれ  $\vec{OA}$ ,  $\vec{OB}$ ,  $\vec{OC}$  を用いて表せ。
- (2) 内積  $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$  を  $a$ ,  $b$ ,  $c$  を用いて表せ。
- (3)  $OG \perp BH$  であるとき、 $a^2 + c^2 = 3b^2$  が成り立つことを示せ。