



2014年 総合理工（数理・情報システム）第3問

3  $a_1 = 2$  とし、 $f(x) = x^2 - 3$  とする。曲線  $y = f(x)$  上の点  $(a_1, f(a_1))$  における接線が  $x$  軸と交わる点の  $x$  座標を  $a_2$  とする。以下同様に、 $n = 3, 4, \dots$  に対して、曲線  $y = f(x)$  上の点  $(a_{n-1}, f(a_{n-1}))$  における接線が  $x$  軸と交わる点の  $x$  座標を  $a_n$  とする。数列  $\{a_n\}$  に対して、次の問いに答えよ。

- (1)  $a_2$  を求めよ。
- (2)  $a_{n+1}$  を  $a_n$  を用いて表せ。
- (3)  $a_n \geq \sqrt{3}$  を示せ。
- (4)  $a_n - \sqrt{3} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} (2 - \sqrt{3})$  を示し、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  を求めよ。