東京海洋大学

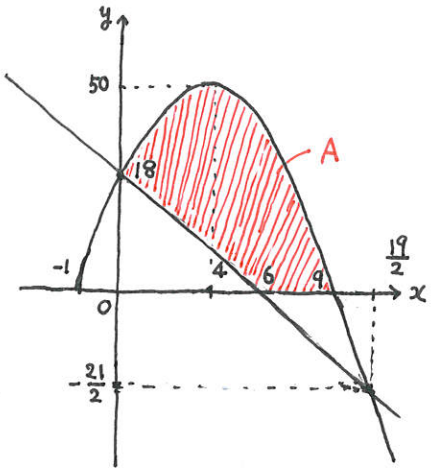
2014年 海洋科学 第2問

数理 石井K

2 次の不等式①，②，③を同時に満たす領域を A，不等式①，②，③，④を同時に満たす領域を B とする．

$y \leqq 2(x+1)(9-x)$ ……①
$y \geqq -3x+18$ ……②
$y \geqq 0$ ……③
$x \leqq a$ ……④

ただし，$0 < a < 6$ とする．このとき，次の問に答えよ．



(1) 領域 A の面積を求めよ．
(2) 領域 B の面積が領域 A の面積の $\frac{1}{4}$ 倍になるときの a の値を求めよ．

(1) $y=2(x+1)(9-x)$ と $y=-3x+18$ の交点を求める

$-2x^2+16x+18+3x-18=0$ $\therefore x(2x-19)=0$ $x=0, \frac{19}{2}$

$\therefore$ 交点は $(0,18)$, $\left(\frac{19}{2}, -\frac{21}{2}\right)$

$\therefore$ Aの面積を S_A とおくと，

$$S_A = \int_0^9 -2x^2+16x+18\,dx - \underline{\frac{1}{2}\times 6\times 18}$$ 直角三角形

$$= \left[-\frac{2}{3}x^3+8x^2+18x\right]_0^9 - 54$$

$$= \underline{270}$$ //

(2) $$S_B = \int_0^a -2x^2+16x+18+3x-18\,dx$$

$$= \left[-\frac{2}{3}x^3+\frac{19}{2}x^2\right]_0^a$$

$$= -\frac{2}{3}a^3+\frac{19}{2}a^2$$

$\therefore$ $-\frac{2}{3}a^3+\frac{19}{2}a^2 = \frac{270}{4}$

$\therefore$ $4a^3-57a^2+405=0$

$\therefore$ $(a-3)(4a^2-45a-135)=0$ $0<a<6$ より $\underline{a=3}$ //

$a=3$, $\frac{45\pm 3\sqrt{465}}{8}$ で

$\frac{45-3\sqrt{465}}{8} < 0$, $\frac{45+3\sqrt{465}}{8} > 6$