



2015年 医学部 第8問

8 a, b を実数とし, i を虚数単位とする. 複素数 $x = a + bi$ が等式

$$\left(1 - \frac{i}{2}\right)x - 8 + \frac{\sqrt{3}}{2}i = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\right)^{104}$$

を満たしているとき, $a = \boxed{\text{キ}}$, $b = \boxed{\text{ク}}$ である.

6

3

$$\begin{aligned} \text{(左辺)} &= \left(1 - \frac{i}{2}\right)(a + bi) - 8 + \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ &= a + \frac{b}{2} + bi - \frac{a}{2}i - 8 + \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ &= a + \frac{b}{2} - 8 + \left(-\frac{a}{2} + b + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(右辺)} &= (\cos 330^\circ + i \sin 330^\circ)^{104} \\ &= \left\{ \cos(-30^\circ) + i \sin(-30^\circ) \right\}^{104} \\ &= \cos(-3120^\circ) + i \sin(-3120^\circ) \\ &= \cos 120^\circ + i \sin 120^\circ \\ &= -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{aligned}$$

∴ 左辺と右辺を比較して

$$\begin{cases} a + \frac{b}{2} - 8 = -\frac{1}{2} & \dots \text{①} \\ -\frac{a}{2} + b + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} & \dots \text{②} \end{cases}$$

②より, $b = \frac{a}{2}$ これを①に代入して

$$\frac{5}{4}a = \frac{15}{2} \quad \therefore \underline{a = 6, b = 3}$$