



2010年第3問

3  $xy$  平面上に曲線  $y = \frac{1}{x^2}$  を描き、この曲線の第1象限内の部分を  $C_1$ 、第2象限内の部分を  $C_2$  と呼ぶ。  $C_1$  上の点  $P_1 \left( a, \frac{1}{a^2} \right)$  から  $C_2$  に向けて接線を引き、  $C_2$  との接点を  $Q_1$  とする。次に点  $Q_1$  から  $C_1$  に向けて接線を引き、  $C_1$  との接点を  $P_2$  とする。次に点  $P_2$  から  $C_2$  に向けて接線を引き、接点を  $Q_2$  とする。以下同様に続けて、  $C_1$  上の点列  $P_n$  と  $C_2$  上の点列  $Q_n$  を定める。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点  $Q_1$  の座標を求めよ。
- (2) 三角形  $P_1Q_1P_2$  の面積  $S_1$  を求めよ。
- (3) 三角形  $P_nQ_nP_{n+1}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) の面積  $S_n$  を求めよ。
- (4) 級数  $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$  の和を求めよ。