



2013年理系第5問

5 実数  $x, y, t$  に対して, 行列

$$A = \begin{pmatrix} x & y \\ -t-x & -x \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -6 & -5 \end{pmatrix}$$

を考える.  $(AB)^2$  が対角行列, すなわち  $\begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$  の形の行列であるとする.

(1) 命題「 $3x - 3y - 2t \neq 0 \implies A = tB$ 」を証明せよ.

以下(2), (3), (4)では, さらに  $A^2 \neq E$  かつ  $A^4 = E$  であるとする. ただし,  $E$  は単位行列を表す.

(2)  $3x - 3y - 2t = 0$  を示せ.

(3)  $x$  と  $y$  をそれぞれ  $t$  の式で表せ.

(4)  $x, y, t$  が整数のとき, 行列  $A$  を求めよ.