



2013年理工第4問

4  $n$  を自然数とし,  $a_n, b_n$  を次のようにおく.

$$a_n = - \int_0^\pi (e^x + e^{-x}) \sin 2nx \, dx, \quad b_n = \int_0^\pi (e^x - e^{-x}) \cos 2nx \, dx$$

以下の問いに答えよ.

- (1)  $a_n$  と  $b_n$  をそれぞれ求めよ.
- (2)  $\int_n^{n+1} \frac{1}{4x^2 - 1} \, dx$  を計算せよ.
- (3) 次の不等式が成り立つことを示せ.

$$\frac{(4n^2 + 1)b_n}{4n^2 - 1} > \frac{e^\pi - e^{-\pi} - 2}{4} \log \frac{(2n + 1)^2}{(2n - 1)(2n + 3)}$$