

2013年 歯・薬学部 (前期) 第1問



1 $\triangle ABC$ に内接する円 O がある。 $AB = 9$, $BC = 8$, $CA = 7$ のとき次の問に答えなさい。

- (1) $\triangle ABC$ の面積は $\boxed{\text{ア}}$ である。
 (2) 円 O の半径は $\boxed{\text{イ}}$ である。
 (3) A から円の中心 O を通る直線が BC に交わる点を D とすると、 $\triangle ABD$ の面積は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(1) $\angle ABC = \theta$ とおくと、余弦定理より、

$$\cos \theta = \frac{9^2 + 8^2 - 7^2}{2 \cdot 9 \cdot 8}$$

$$= \frac{2}{3}$$

$$\therefore \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \text{ で、} \sin \theta > 0 \text{ より、} \sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 8 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$= \underline{12\sqrt{5}} \text{ ,,}$$

(2) 半径を r とすると、 $\triangle ABC = \frac{1}{2}r(9+8+7) = 12r$

$$\therefore (1) \text{ より、} 12r = 12\sqrt{5} \quad \therefore r = \underline{\sqrt{5}} \text{ ,,}$$

(3) $\angle BAD = \angle DAC$ より、 AD は $\angle BAC$ の二等分線であり、

$$AB : AC = BD : DC \text{ となるから、}$$

$$BD : DC = 9 : 7$$

$$\therefore \triangle ABD = \triangle ABC \times \frac{9}{16}$$

$$= 12\sqrt{5} \times \frac{9}{16}$$

$$= \underline{\frac{27}{4}\sqrt{5}} \text{ ,,}$$

