0002159450487999

京都女子大学

2015年 文系 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ 放物線 $y=x^2-2ax+b$ (a, b は定数) と直線 $y=2x+3$ が2つの交点P, Qをもち，点Pがこの放物線の頂点であるとき，次の問に答えよ．

(1) 点Pの座標を a で表せ．

(2) 点Qの座標を a で表せ．

(3) 原点をOとする．b が最小値をとるときの △QPO の面積を求めよ．

(1) 放物線は $y=(x-a)^2-a^2+b$

と表せるから，Pの x 座標は a となる

∴ $y=2x+3$ に $x=a$ を代入すると，$y=2a+3$　　∴ $\underline{P(a,\ 2a+3)}$ //

(2) (1)のPが放物線上にあることより，

$2a+3=-a^2+b$　　∴ $b=a^2+2a+3$

∴ $x^2-2ax+b-(2x+3)=0 \iff x^2-2ax+a^2+2a+3-2x-3=0$

$\iff x^2-2(a+1)x+a(a+2)=0$

$\iff (x-a)\{x-(a+2)\}=0$

∴点Qの x 座標は $a+2$　　∴ $\underline{Q(a+2,\ 2a+7)}$ //

(3) $b=a^2+2a+3$

$=(a+1)^2+2$

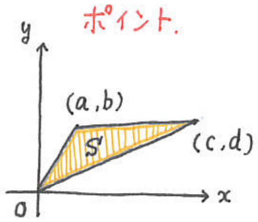
∴ b が最小値をとるとき，$a=-1$

このとき，$P(-1,\ 1)$，$Q(1,\ 5)$

∴ $\triangle QPO=\frac{1}{2}\left|1\cdot1-(-1)\cdot5\right|$

$=\underline{3}$ //

ポイント．



$S=\frac{1}{2}|ad-bc|$