

2016年 生命環境（環境・情報）第1問

1  $\alpha, \beta$  を正の無理数とする. 2つの集合  $A, B$  を

$$A = \{[n\alpha] \mid n = 1, 2, 3, \dots\}, \quad B = \{[n\beta] \mid n = 1, 2, 3, \dots\}$$

で定める. 集合  $C$  を  $A$  と  $B$  の共通部分とする. 集合  $D$  を  $A$  と  $B$  の和集合とする.  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 1$  のとき以下の問いに答えよ. ただし, 実数  $x$  に対して,  $x$  を超えない最大の整数を  $[x]$  と表す.

(1)  $C$  は空集合となることを示せ.

(2)  $E = \{n \mid n = 1, 2, 3, \dots, 99\}$  のとき,  $E$  は  $D$  の部分集合となることを示せ.