

2016年生命環境（環境・情報）第2問

2 2つの数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  を

$$a_1 = 1, \quad b_1 = 0, \quad a_2 = 0, \quad b_2 = 1$$

$$a_{n+2} = 2a_{n+1} + a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$b_{n+2} = 2b_{n+1} + b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める. 関数  $f(x) = \frac{1}{2+x}$  に対し, 関数  $g_n(x)$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を

$$g_1(x) = f(x)$$

$$g_{n+1}(x) = g_n(f(x)) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $a_{n+2} = b_{n+1}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) となることを示せ.
- (2)  $g_n(0) = \frac{a_{n+2}}{b_{n+2}}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) となることを示せ.
- (3) 数列  $\{c_n\}$  を  $c_n = g_n(0)$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) で定めるとき,  $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n$  を求めよ.