

2016年 生命環境（生命分子化学）第3問

3  $a$  を 0 でない実数とする。 $xy$  平面上に 3 つの曲線  $C_1 : y = x^2 + a^4$ ,  $C_2 : y = x^2$ ,  $C_3 : y = -x^2 + 2a^2x - 2a^4 + 4a$  がある。以下の問いに答えよ。

- (1)  $C_1$  に 1 本の接線を引き、 $C_2$  との交点を P, Q とする。点 P における  $C_2$  の接線と、点 Q における  $C_2$  の接線との交点を R とする。点 R の軌跡  $C_4$  の方程式を求めよ。
- (2)  $C_3$  と  $C_4$  が 2 つの交点をもつとき、 $a$  の値の範囲を求めよ。
- (3) (2) の条件を満たすとき、 $C_3$  と  $C_4$  で囲まれた部分の面積を  $a$  の関数と考えて  $S(a)$  とする。 $S(a)$  の最大値と、そのときの  $a$  の値を求めよ。