

2014年生命環境（環境・情報）第3問

3 区間  $-1 \leq x \leq 1$  で定義された連続関数  $f(x)$  を

$$12xf(x) + 12 \int_0^x f(t) dt = 15x^3|x| - 16x^3, \quad f(0) = 0$$

によって定める。曲線  $C: y = f(x)$  を考える。以下の問いに答えよ。

- (1)  $f(x)$  を求めよ。
- (2)  $f(x)$  は  $x = 0$  で微分可能であることを示せ。
- (3) 曲線  $C$  と直線  $l: y = a$  との区間  $-1 \leq x \leq 1$  における共有点の個数を、 $a$  の値によって分類せよ。
- (4) 曲線  $C$  と3直線  $y = -1$ ,  $x = -1$ ,  $x = 1$  で囲まれる部分を、 $x$  軸の周りに1回転させてできる立体の体積を求めよ。