京都府立大学

2013年 生命環境（環境・情報） 第3問

3 $0 \leqq a < 1$ とする．xy 平面上の曲線 C を $y = 1 + x\sqrt{1-x^2}$ で，直線 ℓ を $y = 1 + ax$ で定める．C と ℓ で囲まれた部分を x 軸のまわりに1回転してできる立体の体積を a の関数と考えて $V(a)$ とする．以下の問いに答えよ．

(1) $-1 \leqq x \leqq 1$ とするとき，不等式 $2x\sqrt{1-x^2} \geqq x$ を解け．

(2) $V(a)$ を a を用いて多項式で表せ．

(3) $M_n = \dfrac{1}{2n}\displaystyle\sum_{k=1}^{n} V\left(\dfrac{k}{2n}\right)$ とするとき，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} M_n$ を求めよ．