

2015年 神学・経済 第2問

数理  
石井K

2 3次関数  $f(x) = -4x^3 + 15x^2 + 18x + a$  は、 $x = \frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$  で極小値、 $x = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{タ}}}$  で極大値をとる。

また、方程式  $f(x) = 0$  の異なる3つの実数解のうち2つが負となるような定数  $a$  の範囲は、 $\boxed{\text{ス}} < a < \frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$  である。

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= -12x^2 + 30x + 18 \\
 &= -6(2x^2 - 5x - 3) \\
 &= -6(2x+1)(x-3)
 \end{aligned}$$

$x$	...	$-\frac{1}{2}$	...	3	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	↓		↑		↓
		極小			極大

右の増減表より、

$x = -\frac{1}{2}$  で極小値、 $x = 3$  で極大値をとる

$g(x) = -4x^3 + 15x^2 + 18x$  とし、 $y = -a$  との交点を考えればよい。

右上の増減表と  $g(x)$  の増減表は同じになる

$$\begin{aligned}
 \text{また、} g\left(-\frac{1}{2}\right) &= -4 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right) + 15 \cdot \frac{1}{4} + 18 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \\
 &= -\frac{19}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 g(3) &= -108 + 135 + 54 \\
 &= 81
 \end{aligned}$$

∴ 3つの実数解をもち、2つが負となるのは

$$-\frac{19}{4} < -a < 0$$

$$\therefore \underline{0 < a < \frac{19}{4}}$$

