

2014年 第1問

1 a を実数とし、 $a > 1$ とする。3 個の関数を

$$f(x) = -2x^2 + 2ax, \quad g(x) = -x^2 + a^2, \quad h(x) = -2ax + 2a^2$$

とする。次の問いに答えよ。

(1) すべての実数 x に対して、 $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ となることを示せ。

(2) 連立不等式

$$0 \leq x \leq 1, \quad g(x) \leq y \leq h(x)$$

で表される領域の面積 S_1 を a を用いて表せ。

(3) 連立不等式

$$1 \leq x \leq a, \quad f(x) \leq y \leq g(x)$$

で表される領域の面積 S_2 を a を用いて表せ。

(4) $S(a) = S_1 - S_2$ の最大値を求めよ。