



2016年理(数理科学)・医第4問

4 点  $O(0, 0, 0)$  と点  $A(1, 0, 0)$  に対して, 点  $B(b_1, b_2, 0)$  と点  $C(c_1, c_2, c_3)$  は

$$\angle AOB = \angle BOC = \angle COA = \frac{3\pi}{5}, \quad |\vec{OB}| = |\vec{OC}| = 1$$

を満たしているとする.  $b_2 > 0$ ,  $c_3 > 0$ , また,  $p = 2 \cos \frac{\pi}{5}$  とするとき, 以下の問いに答えなさい. ただし, 次の等式①を証明なしに用いてもよい.

$$4 \cos \frac{2\pi}{5} \cos \frac{\pi}{5} = 1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

- (1) 等式  $p^2 = p + 1$  が成り立つことを示しなさい.  
 (2)  $b_1 = \frac{1-p}{2}$  であることを示しなさい.  
 (3) 点  $E(0, 0, 1)$  に対して,  $\vec{OC}$  を実数  $k, l, m$  を用いて

$$\vec{OC} = k\vec{OA} + l\vec{OB} + m\vec{OE}$$

と表すとき,  $m^2 = \frac{2+p}{5}$  であることを示しなさい.

- (4) 四面体  $OABC$  の体積を  $V$  とする.  $V = \frac{p}{12}$  であることを示しなさい.