

2015年工学部第3問

3 二次関数  $f(x) = x^2 + ax + b$  に関する以下の問いに答えよ。ただし、関数  $f(x)$  の導関数を  $f'(x)$  とする。

【補足説明】(2)~(5)は、(1)で得られた  $f(x)$  を用いて解答すること。

- (1)  $f(x)$  が  $2f(x) = xf'(x) + 6$  を満たすとき、 $a = 0$ ,  $b = 3$  となることを示せ。
- (2) 点  $(0, -1)$  から曲線  $y = f(x)$  に引いた2本の接線が、 $L_1: y = 4x - 1$ ,  $L_2: y = -4x - 1$  になることを示せ。
- (3) 2本の接線  $L_1, L_2$  のなす角のうち鋭角を  $\theta$  とするとき、 $\cos\theta$  の値を求めよ。
- (4) 曲線  $y = f(x)$  と2本の接線  $L_1, L_2$  で囲まれた部分の面積を求めよ。
- (5) 曲線  $y = f(x)$  と2本の接線  $L_1, L_2$  で囲まれた部分を、 $y$  軸のまわりに1回転して得られる回転体の体積を求めよ。