

2016年 医学部 第1問

1 自然数  $n$  に対して,  $n$  のすべての正の約数 (1 と  $n$  を含む) の和を  $S(n)$  とおく. 例えば,  $S(9) = 1 + 3 + 9 = 13$  である. このとき以下の各問いに答えよ.

- (1)  $n$  が異なる素数  $p$  と  $q$  によって  $n = p^2q$  と表されるとき,  $S(n) = 2n$  を満たす  $n$  をすべて求めよ.
- (2)  $a$  を自然数とする.  $n = 2^a - 1$  が  $S(n) = n + 1$  を満たすとき,  $a$  は素数であることを示せ.
- (3)  $a$  を 2 以上の自然数とする.  $n = 2^{a-1}(2^a - 1)$  が  $S(n) \leq 2n$  を満たすとき,  $n$  の 1 の位は 6 か 8 であることを示せ.