



2013年医(医)第4問

4 実数  $t$  の関数  $\alpha(t)$ ,  $\beta(t)$  を  $\alpha(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2}$ ,  $\beta(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$  で定める. 実数の定数  $p$  に対して点  $P(x, y)$  の  $x$  座標および  $y$  座標を, 複素数

$$z = \frac{ip\alpha(t) + \beta(t)}{ip\beta(t) + \alpha(t)}$$

の実部および虚部でそれぞれ与える. ただし  $i$  は虚数単位とする.

- (1)  $\{\alpha(t)\}^2 - \{\beta(t)\}^2 = 1$  となることを示し,  $x, y$  を  $t$  の関数として表せ.
- (2) 点  $P$  の  $x$  座標の  $t \rightarrow \infty$  および  $t \rightarrow -\infty$  のときの極限值をそれぞれ求めよ.
- (3)  $p \neq 0$  のとき, 点  $P$  の描く曲線を  $x$  と  $y$  の関係式で表せ.