

2011年第5問

5 座標空間内で点  $Q(a, b, c)$  を中心とする半径  $r$  の球を  $B$  とし、 $B$  は各座標平面と交わる位置にあるとする。 $B$  が  $xy$  平面によって切り取られる立体のうち、 $Q$  を含む方を  $B_1$ 、切断面を  $D_1$  とする。また  $B$  が  $xz$  平面によって切り取られる図形のうち、 $Q$  を含む方を  $B_2$ 、切断面を  $D_2$  とする。 $D_1$  の面積が  $8\pi$ 、 $D_2$  の面積が  $12\pi$ 、 $D_1$  と  $D_2$  が交わってできる線分の長さが  $4$  のとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $D_1$ 、 $D_2$  のそれぞれの中心と半径を  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $r$  を用いて表せ。
- (2)  $b$ 、 $c$ 、 $r$  の値を求めよ。
- (3)  $B_1$  と  $B_2$  の共通部分が  $yz$  平面によって切り取られた切断面を  $D_3$  とする。 $a$  を動かしたときの  $D_3$  の面積の最大値とそのときの点  $Q$  の座標  $Q(a, b, c)$  を求めよ。