

2015年 全学部 第1問


 数理  
石井K

1  $x$  についての2次方程式  $x^2 - 2kx + k^2 + k - 6 = 0$  が異なる2つの実数解  $\alpha, \beta$  をもつとする。このとき、

(1)  $\alpha, \beta$  がともに正となるような定数  $k$  の値の範囲は、 $\frac{2}{ア} < k < \frac{6}{イ}$  である。

(2)  $\alpha$  が正、 $\beta$  が負となるような定数  $k$  の値の範囲は、 $-\frac{ウ}{3} < k < \frac{エ}{2}$  である。

(1) 2次方程式の判別式を  $D$  とおくと、異なる2つの実数解をもつことより、

$$D/4 = (-k)^2 - (k^2 + k - 6) > 0$$

$$\therefore k < 6 \quad \dots \textcircled{1}$$

また、解と係数の関係より、 $\alpha > 0, \beta > 0$  のとき

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 2k > 0 \\ \alpha\beta = k^2 + k - 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k > 0 \\ (k+3)(k-2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k > 0 \\ k < -3, 2 < k \end{cases}$$

$$\text{よって、} k > 2 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より、} \underline{2 < k < 6} \text{ ,,}$$

(2) (1) と同様に  $\alpha > 0, \beta < 0$  のとき、解と係数の関係より

$$\alpha\beta = k^2 + k - 6 < 0$$

$$\therefore (k+3)(k-2) < 0$$

$$\therefore -3 < k < 2 \quad \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1} \text{ と } \textcircled{3} \text{ より、} \underline{-3 < k < 2} \text{ ,,}$$