

2010年文系第3問

3 a, b を正の実数とし、座標平面上の放物線 $C: y = ax^2 + b$ を考える。 t, s は正の実数とし、点 $P(t, at^2 + b)$ における C の接線を l_P 、点 $Q(s, as^2 + b)$ における C の接線を l_Q で表す。 l_P は原点を通っているとする。次の問いに答えよ。

- (1) l_P の傾きが1未満となるための必要十分条件を、 a と b を用いて表せ。
- (2) l_P の傾きは1未満とし、 l_P と x 軸がなす鋭角を θ と表す。 Q を l_Q と x 軸のなす鋭角が 2θ になるようにとるとき、 l_Q の傾きを a と b を用いて表せ。
- (3) a, b が $a + b = \frac{1}{2}$ をみたすとき、 l_P の傾きは1未満であることを示せ。
- (4) a, b は $a + b = \frac{1}{2}$ をみたすものとし、 Q を(2)のようにとる。 l_Q の傾きが最大になるような a, b を求めよ。