2014 年 薬学部 第 1 問

$\boxed{1}$ 次の問いに答えよ．

(1) 実数 x の関数 $f(x)=x^3-ax^2+bx+4b-2$ は，$\displaystyle\lim_{x\to4}\frac{f(x)}{x-2}=-5$ を満たす．ただし，a，b は実数とする．このとき，

(ｉ) b を a の式で表すと，$b=\boxed{1}a-\boxed{2}$ である．

(ii) x の値が 3 から 6 まで変化するときの関数 $f(x)$ の平均変化率が，関数 $f(x)$ の $x=2+\sqrt{7}$ における微分係数に等しいとき，$a=\boxed{3}$，$b=\boxed{4}$ である．

(2) 実数 a についての方程式

$$A=\left|2a+\frac{4}{3}k\right|+\left|a-\frac{8}{9}k\right|$$

において，$a=\dfrac{1}{4}$ のとき $A=\dfrac{21}{4}$ である．ただし，k は正の実数の定数とする．このとき，

(ｉ) $k=\dfrac{\boxed{5}}{\boxed{6}}$ である．

(ii) A の最小値は $\dfrac{\boxed{7}}{\boxed{8}}$ であり，このときの a の値は $\dfrac{\boxed{9}\boxed{10}}{\boxed{11}}$ である．

(3) n を自然数とする．数列 $\{a_n\}$ は，$a_1=5$，$a_{n+1}=\dfrac{25}{{a_n}^2}$ を満たす．このとき，

(ｉ) $a_3=\boxed{12}\boxed{13}$，$a_4=\dfrac{\boxed{14}}{\boxed{15}\boxed{16}}$ である．

(ii) $b_n=\log_5 a_n$ とおくとき，数列 $\{b_n\}$ の一般項を n の式で表すと，

$$b_n=\frac{\left(\boxed{17}\boxed{18}\right)^{n-1}}{\boxed{19}}+\frac{\boxed{20}}{\boxed{21}}$$

である．

(4) 円に内接する四角形 ABCD において，$\angle\mathrm{BCD}=60^\circ$，$\mathrm{CD}=2\sqrt{6}$，$\angle\mathrm{DAB}>\angle\mathrm{CDA}$ である．また 2 直線 BA，CD の交点を E，2 直線 DA，CB の交点を F とすると，$\angle\mathrm{AFB}=45^\circ$，$\mathrm{DE}=3\sqrt{2}-\sqrt{6}$ である．このとき，

(ｉ) $\angle\mathrm{AED}$ の大きさは $\boxed{22}\boxed{23}{}^\circ$ であり，辺 EB の長さは $\boxed{24}$ である．

(ii) 三角形 AED の面積は，三角形 CEB の面積の $\dfrac{\boxed{25}-\sqrt{\boxed{26}}}{\boxed{27}}$ 倍である．

(5) xy 平面上に放物線 $C:2x^2+(k-5)x-(k+1)y+6k-14=0$ と直線 $\ell:y=\dfrac{1}{2}x$ がある．k は $k\neq-1$ を満たす実数とする．放物線 C は -1 を除くすべての実数 k に対して 2 定点 $\mathrm{A}(x_{\mathrm{A}},\ y_{\mathrm{A}})$，$\mathrm{B}(x_{\mathrm{B}},\ y_{\mathrm{B}})$ を通る．ただし，$x_{\mathrm{A}}<x_{\mathrm{B}}$ とする．このとき，

（ｉ）2点A，Bの座標は

$$(x_{\mathrm{A}},\ y_{\mathrm{A}}) = (\boxed{28}\boxed{29},\ \boxed{30}),\quad (x_{\mathrm{B}},\ y_{\mathrm{B}}) = (\boxed{31},\ \boxed{32}\boxed{33})$$

である．

（ii）直線 ℓ 上に点Pをおき，2点A，Bをそれぞれ点Pと線分で結ぶとき，距離の和 AP＋BP を最小にする点Pの座標は $\left(\dfrac{\boxed{34}\boxed{35}}{\boxed{36}},\ \dfrac{\boxed{37}\boxed{38}}{\boxed{39}}\right)$ である．