0002058271497999

金沢工業大学

2015年 理系2 第4問

数理 石井K

$\boxed{4}$ 半径が1の球に内接する直円柱を考え，この直円柱の底面の半径を x とし，体積を V とする．

(1) $V = \overset{2}{\boxed{ケ}}\pi x^2\sqrt{\overset{1}{\boxed{コ}} - x^2}$ である．

(2) $\dfrac{dV}{dx} = \dfrac{2\,\boxed{サ}\,\pi x(2 - \overset{3}{\boxed{シ}}x^2)}{\sqrt{\underset{1}{\boxed{ス}} - x^2}}$ である．

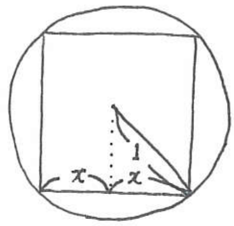
(3) V が最大になるのは $x = \dfrac{\sqrt{\boxed{セ}}\,6}{\boxed{ソ}\,3}$ のときであり，その最大値は $\dfrac{\overset{4}{\boxed{タ}}\sqrt{\overset{3}{\boxed{チ}}}}{\boxed{ツ}\,9}\pi$ である．

(1) 三平方の定理より，

直円柱の高さ h は，

$\left(\dfrac{h}{2}\right)^2 + x^2 = 1^2$

$\therefore\ h = 2\sqrt{1-x^2}$　　$\therefore\ V = \pi x^2 \cdot h$ より，



$\underline{V = 2\pi x^2\sqrt{1-x^2}}$ //

(2) $\dfrac{dV}{dx} = 4\pi x\cdot\sqrt{1-x^2} + 2\pi x^2\cdot\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}\cdot\dfrac{-2x}{2}$

$= \dfrac{4\pi x(1-x^2) - 2\pi x^3}{\sqrt{1-x^2}}$

$= \underline{\dfrac{2\pi x(2-3x^2)}{\sqrt{1-x^2}}}$ //

(3) $0 < x < 1$ より増減表は下のようになる．

x	(0)	$\cdots$	$\frac{\sqrt{6}}{3}$	$\cdots$	(1)
$\frac{dV}{dx}$		$+$	0	$-$	
V	(0)	↗	$\frac{4\sqrt{3}}{9}\pi$	↘	(0)

$\therefore$ $\underline{x = \dfrac{\sqrt{6}}{3}\ \text{のとき．}V\text{は最大値}\ \dfrac{4\sqrt{3}}{9}\pi\ \text{をとる}}$ //