

2015年 国際教養学部 第2問


 数理
石井K

2 θ のとる値の範囲が $\frac{\pi}{12} \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$ である関数

$$y = \frac{4}{1 + \tan^2 \theta} + 2 \sin^2 \theta + 2\sqrt{3} \sin \theta \cos \theta$$

を考える.

- (1) y の最大値は エ となり, そのとき θ の値は オ である.
- (2) y の最小値は カ となり, そのとき θ の値は キ である.

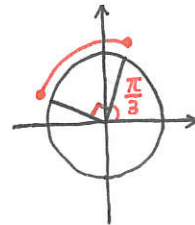
(1) $\frac{4}{1 + \tan^2 \theta} = 4 \cos^2 \theta$ より,

$$\begin{aligned} y &= 4 \cos^2 \theta + 2 \sin^2 \theta + 2\sqrt{3} \sin \theta \cos \theta \\ &= 4 \cdot \frac{1 + \cos 2\theta}{2} + 2 \cdot \frac{1 - \cos 2\theta}{2} + \sqrt{3} \sin 2\theta \\ &= \sqrt{3} \sin 2\theta + \cos 2\theta + 3 \end{aligned}$$

$$= 2 \sin \left(2\theta + \frac{\pi}{6} \right) + 3 \quad \cdots (*)$$

$$\frac{\pi}{12} \leq \theta \leq \frac{\pi}{3} \text{ より, } \frac{\pi}{3} \leq 2\theta + \frac{\pi}{6} \leq \frac{5}{6} \pi$$

$\therefore y$ の最大値は 5, そのとき $2\theta + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$
すなわち $\theta = \frac{\pi}{6}$



(2) (1) と同様に, (*) より.

y の最小値は 4, そのとき $2\theta + \frac{\pi}{6} = \frac{5}{6} \pi$
すなわち $\theta = \frac{\pi}{3}$