



2014年理系第4問

4 半径1の2つの球  $S_1$  と  $S_2$  が1点で接している. 互いに重なる部分のない等しい半径を持つ  $n$  個 ( $n \geq 3$ ) の球  $T_1, T_2, \dots, T_n$  があり, 次の条件 (ア), (イ) を満たす.

(ア)  $T_i$  は  $S_1, S_2$  にそれぞれ1点で接している ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).

(イ)  $T_i$  は  $T_{i+1}$  に1点で接しており ( $i = 1, 2, \dots, n-1$ ), そして  $T_n$  は  $T_1$  に1点で接している.

このとき, 以下の問いに答えよ.

(1)  $T_1, T_2, \dots, T_n$  の共通の半径  $r_n$  を求めよ.

(2)  $S_1$  と  $S_2$  の中心を結ぶ直線のまわりに  $T_1$  を回転してできる回転体の体積を  $V_n$  とし,  $T_1, T_2, \dots, T_n$  の体積の和を  $W_n$  とするとき, 極限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{W_n}{V_n}$$

を求めよ.