

2016年第1問

1 数列  $\{a_n\}$  の初項を  $a \neq 0$  とし、初項から第  $n$  項までの和を

$$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

とする。また、数列  $\{b_n\}$  を

$$b_n = 2a_n + \frac{3}{2}a - S_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 数列  $\{b_n\}$  の初項  $b$  を  $a$  を用いて表せ。
- (2) 数列  $\{a_n\}$  が公比  $\frac{1}{3}$  の等比数列ならば、数列  $\{b_n\}$  も等比数列になることを示せ。
- (3) 数列  $\{b_n\}$  が公比  $\frac{1}{3}$  の等比数列ならば、数列  $\{a_n\}$  も等比数列になることを示せ。