



2016年 理学部・工学部 第3問

3  $f(x) = \frac{x}{2}$ ,  $g(x) = x$ ,  $h(x) = \frac{x+1}{2}$  とおく.  $x_0 = 1$  とし, 2枚の硬貨を繰り返して投げ,  $n$  回目の事象により  $x_n$  を次のように定める.

$$x_n = \begin{cases} f(x_{n-1}) & (2 \text{ 枚とも表のとき}) \\ g(x_{n-1}) & (1 \text{ 枚が表, } 1 \text{ 枚が裏のとき}) \\ h(x_{n-1}) & (2 \text{ 枚とも裏のとき}) \end{cases}$$

また,  $p_n, q_n, r_n$  をそれぞれ  $0 < x_n \leq \frac{1}{3}$  である確率,  $\frac{1}{3} < x_n \leq \frac{2}{3}$  である確率,  $\frac{2}{3} < x_n \leq 1$  である確率とする.

- (1) すべての自然数  $n$  に対して  $0 < x_n \leq 1$  を示せ.
- (2)  $p_1, q_1, r_1$  を求めよ.
- (3)  $p_n, q_n, r_n$  を  $p_{n-1}, q_{n-1}, r_{n-1}$  を用いて表せ.
- (4)  $p_n - r_n$  を求めよ.
- (5)  $p_n$  を求めよ.