0001729630728999

2012年 理工A方式 第2問

数理 石井K

2 $\triangle ABC$において，$AB+AC=1$および$\angle ABC=\frac{\pi}{2}$が成り立つとする．

$AB=x$とすると，xのとり得る値の範囲は $\boxed{ケ}$ $<x<$ $\frac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$であり，BCを$x$を用いて表すと

$BC=\sqrt{\boxed{シ}-\boxed{ス}x}$である．このとき$\triangle ABC$の面積を$f(x)$とおくと，その導関数は

$$f'(x)=\frac{1}{\sqrt{\boxed{シ}-\boxed{ス}x}}\left(\frac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}}-\frac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}x\right)$$

であるので，$x=\frac{\boxed{ツ}}{\boxed{テ}}$のとき$f(x)$は最大となる．このとき$\angle BCA=\frac{\boxed{ト}}{\boxed{ナ}}\pi$である．

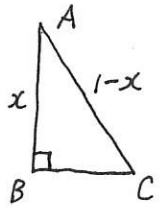
0 / 1 / 2 / 1 / 2 / 1 / 2 / 3 / 2 / 1 / 3 / 1 / 6

$AB+AC=1$ より $AC=1-x$

$\therefore x>0,\ 1-x>0$ ——①

三平方の定理より $BC=\sqrt{1-2x}$ $\therefore x<\frac{1}{2}$ ——②

三平方の定理を満たせば，$AB+BC>AC$ は自動的に成り立つ



①，②より $0<x<\frac{1}{2}$

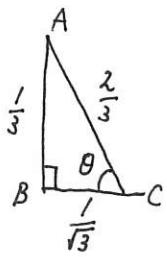
$f(x)=\frac{1}{2}\cdot x\cdot\sqrt{1-2x}$ $\therefore f'(x)=\frac{1}{2}\sqrt{1-2x}+\frac{1}{2}x\cdot\frac{\frac{1}{2}\cdot(-2)}{\sqrt{1-2x}}$

$=\frac{1}{\sqrt{1-2x}}\left(\frac{1-2x}{2}-\frac{x}{2}\right)=\frac{1}{\sqrt{1-2x}}\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{2}x\right)$

$f'(x)=0$ となるのは $x=\frac{1}{3}$ のとき

x	(0)	…	$\frac{1}{3}$	…	$(\frac{1}{2})$
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$		↗		↘	

このとき



$\begin{cases}\sin\theta=\frac{1}{2} \text{ より} & \theta=\frac{\pi}{6}\\ 0<\theta<\frac{\pi}{2}\end{cases}$